

ПОБУДОВА ФРИКЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПАР ТЕРТЯ ГАЛЬМІВНИХ МЕХАНІЗМІВ
У ВИГЛЯДІ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУCONSTRUCTION OF FRICTION FEATURES OF FRICTION MOVEMENTS OF BRAKE
MECHANISMS IN THE VIEW OF THIRD-ORDER POLYNOMIAL MODELS

*Дем'янюк Володимир Андрійович, доктор технічних наук, професор,
Національний транспортний університет, професор кафедри дорожніх
машин, e-mail: vademianuk@ukr.net, тел. +380677023247*

<https://orcid.org/0000-0003-2458-5712>

Анотація. Розглянуті поняття фрикційна характеристика гальмівного механізму та фрикційна характеристика пари тертя гальмівного механізму, які необхідні для розрахункової оцінки реальних гальмівних властивостей транспортних засобів. Розроблено експериментальний пристрій для визначення впливу таких дестабілізуючих факторів як температура, швидкість ковзання та тиск у контакті на згадані характеристики. Запропонована методика одержання поліноміальних моделей третього порядку для визначення впливу температури, швидкості ковзання та тиску у контакті на коефіцієнт тертя у фрикційних парах гальмівних механізмів. Методика придатна для випадків, коли моделі другого порядку неадекватно описують вплив згаданих дестабілізуючих факторів на коефіцієнт тертя у фрикційних парах гальмівних механізмів.

Ключові слова: гальмівні механізми, фрикційні пари, коефіцієнт тертя, поліноміальна модель третього порядку.

Вступ. Для проведення ефективних розрахунків та моделювання гальмувань, які супроводжуються генеруванням на поверхнях тертя значної кількості тепла, а також гальмувань з високих швидкостей необхідно знати не тільки номінальну величину коефіцієнта тертя, але і його чутливість до найбільш характерних дестабілізуючих факторів – температури T , швидкості ковзання V_ϕ та тиску P_ϕ у контакті гальмівної накладки з барабаном чи диском.

Для комплексного дослідження і аналізу впливу цих факторів на коефіцієнт тертя нами запропоновані поняття фрикційна характеристика гальмівного механізму – трифакторна залежність еквівалентного коефіцієнта тертя μ_e гальмівного механізму від температури, швидкості ковзання та тиску у контакті, тобто $\mu_e = f_1(T, V_\phi, P_\phi)$, та фрикційна характеристика пари тертя – відповідно залежність фізичного коефіцієнта тертя μ у фрикційній парі від тих же факторів, тобто $\mu = f_2(T, V_\phi, P_\phi)$. Фрикційну характеристику пари тертя доцільно використовувати при оцінці та підборі фрикційних матеріалів. Для одержання фрикційної характеристики гальмівного механізму досліджується гальмівний механізм в цілому. При цьому одержують не фізичний, а еквівалентний коефіцієнт тертя, який відрізняється від фізичного, оскільки він враховує також особливості робочого процесу гальмівного механізму.

Для одержання згаданих фрикційних характеристик необхідно проводити активний або пасивний експеримент з варіацією трьох факторів. Оскільки всі досліджувані фактори керовані, сумісні та некорельовані, то досить ефективним у даному випадку є використання методів математичного планування експерименту.

Дослідження показали, що нерідко графічна залежність коефіцієнта тертя при зміні хоча б одного із факторів має хвилеподібний (синусоїдальний) характер, що унеможливає її адекватне відтворення за допомогою планів другого порядку. Для таких випадків у статті пропонується методика побудови поліноміальних моделей третього порядку.

Формулювання терміну фрикційна характеристика гальмівного механізму вперше було викладене в роботі [1], а терміну фрикційна характеристика пари тертя – у роботі [2]. У цій же роботі

наведені приклади згаданих характеристик та креслення загального вигляду пристрою для експериментального визначення параметрів фрикційної характеристики пари тертя. Інтерполяційний план третього порядку, деякі параметри якого були нами уточнені, наведений у роботі [3].

Метою роботи є розроблення методики побудови фрикційної характеристики пар тертя гальмівних механізмів із застосуванням математичного планування експерименту при залученні інтерполяційних моделей 3-го порядку.

Виклад основного матеріалу

Для визначення фрикційної характеристики гальмівного механізму та фрикційної характеристики пари тертя гальмівного механізму використовувався створений нами інерційний гальмівний стенд. Для одержання фрикційних характеристик гальмівних механізмів визначався еквівалентний коефіцієнт тертя на основі вимірюваних значень гальмівного моменту та привідного зусилля і досліджувався вплив на нього трьох згаданих вище дестабілізуючих факторів..

Розглянемо детальніше методику одержання фрикційної характеристики пари тертя гальмівного механізму, в якій визначається фізичний коефіцієнт тертя у фрикційній парі і вплив на нього температури, швидкості ковзання та тиску у контакті фрикційної накладки з барабаном або диском. Для цього використовувався зразок, виготовлений з матеріалу фрикційної накладки. Необхідно, щоб другий елемент пари тертя був виконаний з того ж матеріалу, з якого виконаний гальмівний барабан або диск реального гальмівного механізму. Важливо також забезпечити відповідність з реальною геометрією контакту фрикційної пари.

Для задоволення цих вимог інерційний гальмівний стенд був обладнаний спеціально створеним пристроєм (рис.1) (у виготовленні пристрою приймав участь Ю.В. Галан). До внутрішньої поверхні

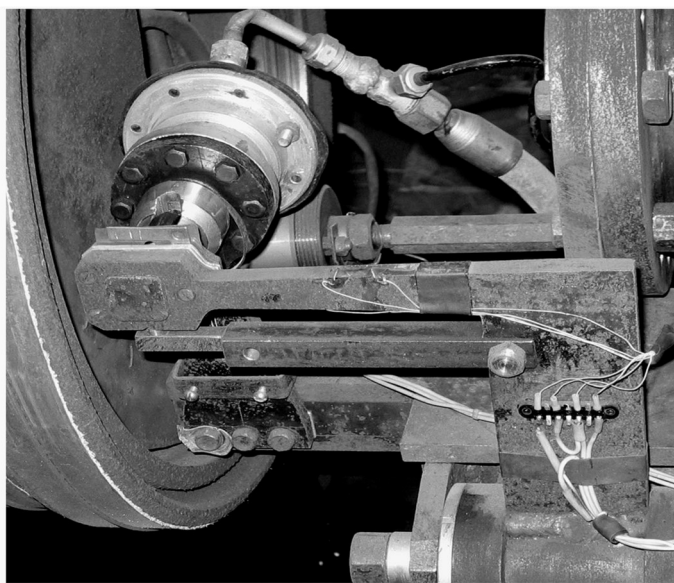


Рисунок 1 – Пристрій з тензометричними важелями для визначення фрикційних характеристик пар тертя гальмівних механізмів

Figure 1 – Device with strain gauges for determining friction characteristics of friction pairs of brake mechanisms

реального гальмівного барабана, який обертається за допомогою електродвигуна інерційного стенда, притискається фрикційний зразок, виготовлений з матеріалу гальмівної накладки. Зусилля притискання створюється пневмокамерою, закріпленою до кінця тензометричного важеля. Утримуючою оправкою для фрикційного зразка слугує інший тензометричний важіль, встановлений з можливістю коливання відносно осі, паралельної осі обертання барабана. За допомогою згаданих тензометричних важелів з наклеєними на них напівпровідниковими тензодавачами вимірювались нормальна сила притискання фрикційного зразка до барабана, а також тангенціальна сила тертя між зразком накладки і барабаном. За допомогою давача кутової швидкості барабана визначалась

швидкість ковзання поверхні тертя гальмівного барабана відносно зразка фрикційної накладки. Для примусового підігріву барабана до необхідної температури передбачена батарея термоелектронагрівачів. Температура вимірювалась за допомогою хромель-копельової термопари, вмонтованої у зразок фрикційної накладки.

За допомогою описаного пристрою, використовуючи методику математичного планування експерименту (а саме, ортогональні плани другого порядку, в яких кожен з трьох факторів досліджувався на трьох рівнях), були одержані фрикційні характеристики пар тертя барабанних гальмівних механізмів.

Як приклад, на рис. 2 наведений графічний варіант фрикційної характеристики пари тертя, побудованої з використанням ортогонального плану другого порядку, яка дозволяє визначити дійсне значення коефіцієнту тертя μ при довільних комбінаціях температури T , швидкості ковзання V_ϕ і значення тиску P_ϕ у контакті фрикційної пари (в експериментальних дослідженнях приймав участь Т.Г. Миськів).

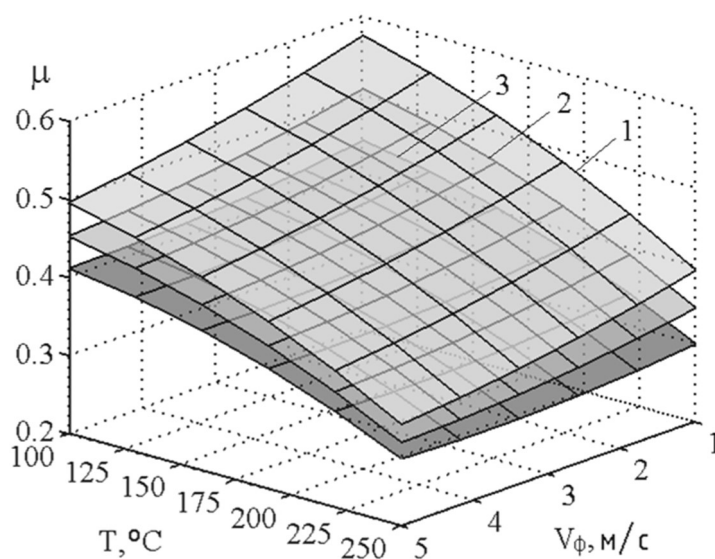


Рисунок 2 – Фрикційна характеристика пари тертя гальмівний барабан –фрикційний матеріал шифру DON-262: 1– $P_\phi=0,3$; 2– $P_\phi=1,05$; 3– $P_\phi=1,8$ (МПа)

Figure 2 – Friction characteristic of friction pair brake drum - friction material of code DON-262: 1 – $P_\phi = 0.3$; 2 – $P_\phi = 1.05$; 3 – $P_\phi = 1.8$ (MPa)

Поліноміальні залежності, що описують цю фрикційну характеристику (відповідно для кодованих та натуральних змінних), одержані у вигляді:

$$\mu = 0,4129 - 0,0233X_1 - 0,0767X_2 - 0,0444X_3 + 0,0125X_1X_3 + 0,01X_2X_3 - 0,0189X_2^2;$$

$$\mu = 0,645 - 0,02V_\phi - 0,336 \cdot 10^{-4}T - 0,115P_\phi + 0,833 \cdot 10^{-2}V_\phi P_\phi + 0,178 \cdot 10^{-3}TP_\phi - 0,336 \cdot 10^{-5}T^2,$$

$$\text{де } X_1 = (V_\phi - 3)/2; \quad X_2 = (T - 175)/75; \quad X_3 = (P_\phi - 1,05)/0,75.$$

Але, як вже згадувалось, у деяких випадках графічна залежність коефіцієнта тертя при зміні одного або декількох факторів має хвилюподібний (синусоїдальний) характер, що унеможливає її точне відтворення за допомогою планів другого порядку. У таких випадках слід застосовувати моделі вищих порядків. Плани вищих порядків характеризуються порівняно невеликим асортиментом та нижчим рівнем вивченості. Їх аналіз привів до вибору інтерполяційного плану третього порядку [3] з

ортогональною матрицею типу $N = (n+1)2^n + 4n$ (де n - число незалежних змінних; N - кількість дослідів) і поліномом третього порядку

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^n b_i x_i + \sum_{i=1}^n b_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^n b_{iii} x_i^3 + \sum_{i < j} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i < j < k} b_{ijk} x_i x_j x_k + \sum_{i \neq j} b_{iji} x_i x_j^2,$$

де y - функція відгуку; x_i - незалежні змінні; b - коефіцієнти рівняння регресії, формули для яких наведені в роботі [3].

Нами був сформований розподіл точок у факторному просторі для цього плану (плану 3-го

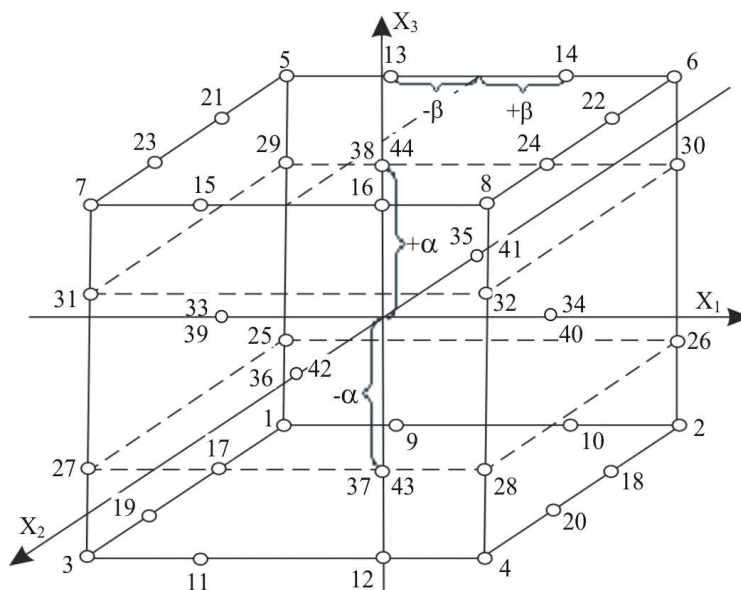


Рисунок 3 – Розподіл точок у факторному просторі для інтерполяційного плану третього порядку
Figure 3 – Distribution of points in factor space for a third-order interpolation plan

порядку зі зміною факторів на 4-ох рівнях) (рис. 3). Аналіз рис. 3 показує, що такий розподіл точок дуже зручний для постановки експериментів з метою інтерполяції результатів досліджень кривими високого порядку.

Попри явну корисність такого плану, виявилось, що адекватність одержаних за його допомогою поліноміальних моделей недостатня при відтворенні графічних поверхонь третього порядку. Тому, була проведена перевірка аналітичного апарату цього плану, в результаті чого з'ясовано, що коефіцієнти рівняння регресії дуже чутливі до числових значень таких параметрів моделі як зіркові плечі α_1 і α_2 , величина додаткового ядра β та константи перетворення квадратичної ε і кубічної η змінних. Ці параметри в роботі [3] визначені не точно, у зв'язку з чим нами було проведене їх уточнене визначення, що забезпечило високу якість інтерполяції досліджуваних залежностей.

Після уточненого визначення параметрів інтерполяційного плану третього порядку [3] одержані наступні значення цих параметрів:

$$\alpha_1 = \alpha_2 = 0,917; \quad \beta = 0,43; \quad \varepsilon = 0,6565; \quad \eta = 0,9363$$

Щодо формул для коефіцієнтів рівняння регресії, то вони одержані у тому ж вигляді, що і запропоновані авторами роботи [3].

Нижче наведена методика побудови фрикційної характеристики пари тертя у складі гальмового барабана автобуса та зразку металокерамічного фрикційного матеріалу дослідного шифру.

У табл. 1 наведений фрагмент матриці планування експерименту з числом дослідів $N=44$, за якою проводилась серія активних експериментів з дотриманням вимоги рандомізації дослідів у часі (фактор $X_0 = +1$ для всіх 44-х дослідів).

Таблиця 1 – Матриця планування експерименту моделі третього порядку для 3-х факторів на 4-х рівнях

Table 1 – Third-order model planning experiment matrix for 3 factors on 4 levels

N_0	X_1	X_2	X_3	$\bar{\mu}_i$	N_0	X_1	X_2	X_3	$\bar{\mu}_i$
1	-1	-1	-1	0,335	23	-1	0,43	+1	0,280
2	+1	-1	-1	0,267	24	+1	0,43	+1	0,231
3	-1	+1	-1	0,281	25	-1	-1	-0,43	0,326
4	+1	+1	-1	0,239	26	+1	-1	-0,43	0,260
5	-1	-1	+1	0,300	27	-1	+1	-0,43	0,275
6	+1	-1	+1	0,250	28	+1	+1	-0,43	0,236
7	-1	+1	+1	0,270	29	-1	-1	0,43	0,302
8	+1	+1	+1	0,221	30	+1	-1	0,43	0,263
9	-0,43	-1	-1	0,290	31	-1	+1	0,43	0,272
10	0,43	-1	-1	0,275	32	+1	+1	0,43	0,224
11	-0,43	+1	-1	0,260	33	-0,917	0	0	0,292
12	0,43	+1	-1	0,250	34	0,917	0	0	0,234
13	-0,43	-1	+1	0,270	35	0	-0,917	0	0,270
14	0,43	-1	+1	0,260	36	0	0,917	0	0,245
15	-0,43	+1	+1	0,245	37	0	0	-0,917	0,272
16	0,43	+1	+1	0,231	38	0	0	0,917	0,255
17	-1	-0,43	-1	0,320	39	-0,917	0	0	0,292
18	+1	-0,43	-1	0,250	40	0,917	0	0	0,234
19	-1	0,43	-1	0,290	41	0	-0,917	0	0,270
20	+1	0,43	-1	0,239	42	0	0,917	0	0,245
21	-1	-0,43	+1	0,290	43	0	0	-0,917	0,272
22	+1	-0,43	+1	0,239	44	0	0	0,917	0,255

Нижче наведений приклад статистичної обробки результатів експерименту при побудові поліноміальної моделі третього порядку за ортогональною матрицею $N = (n+1)2^n + 4n$ з використанням залежностей [4,5].

Для оцінки відтворюваності результатів експерименту при однаковому числі дослідів ($m=3$) у всіх точках матриці, для кожної із 44-ох точок знаходились середні арифметичні значення функції відгуку $\bar{\mu}_i$ за трьома дослідями та дисперсії D_i за формулою (i – номер рядка; j – номер вимірювання в рядку)

$$D_i = \sum_{j=1}^m \frac{(\mu_{ij} - \bar{\mu}_i)^2}{m-1}.$$

Дослідне значення критерію Кохрена розраховувалось за відношенням

$$G_0 = D_{i_{max}} / D_S = 0,321 \cdot 10^{-3} / 0,44 \cdot 10^{-2} = 0,073,$$

де $D_{i_{max}}$ – найбільша дисперсія із 44-ох значень; $D_S = \sum_{i=1}^{44} D_i$ – сумарна дисперсія для всієї матриці планування експерименту.

Теоретичне значення критерію Кохрена G_T при рівні значущості $\alpha = 0,05$, числі ступенів вільності $f = m-1 = 2$ і числі вузлів $n = 44$ складає 0,16. Оскільки $G_0 < G_T$, то приймалась гіпотеза про відтворюваність (рівноточність) результатів експерименту, що є свідченням достатності прийнятої кількості паралельних дослідів ($m=3$).

Оцінка значущості коефіцієнтів регресії здійснювалась шляхом порівняння їх абсолютних значень з половиною довірчого інтервалу розсіювання середнього значення кожного з коефіцієнтів. Аналіз такого розсіювання проводять за функцією Лапласа, яку, за малим числом дослідів, замінюють функцією Ст'юдента. Для розрахунку половини довірчого інтервалу використовувалась формула

$$\delta = \frac{S\{\mu\}}{\sqrt{k}} t_{\alpha, f} = S\{b_j\} t_{\alpha, f},$$

де $S\{\mu\} = \sqrt{D_S/n}$ - середнє квадратичне відхилення всього експерименту; $k = \sum X_{ij}^2$ - сума квадратів факторів матриці планування експерименту; $S\{b_j\}$ - середнє квадратичне відхилення розсіювання коефіцієнта регресії; $t_{\alpha, f}$ - критерій Ст'юдента при заданому рівні значущості α та числі ступенів вільності f (при $\alpha = 0,05$ і $f = N'-1 = 132-1 = 131$ (де N' - кількість всіх дослідів) одержуємо $t_{\alpha, f} = 1,98$).

У результаті, із 20 коефіцієнтів повного полінома 3-го порядку значущими виявились 9 коефіцієнтів: $b_0=0,26$; $b_1=0,017$; $b_2=0,0118$; $b_3=0,009$; $b_{11}=0,0077$; $b_{111}=0,0142$; $b_{123}=0,0042$; $b_{122}=0,0055$; $b_{211}=0,0047$.

Перевірка адекватності математичної моделі здійснювалась за допомогою критерію Фішера. Його дослідне значення розраховувалося за формулою

$$F_d = S_{ad}^2 / S^2\{\mu\},$$

де S_{ad}^2 - дисперсія адекватності, яка визначалася за залежністю

$$S_{ad}^2 = \frac{m \sum_{i=1}^n (\mu_i - \mu_{pi})^2}{n - d},$$

де μ_{pi} - розрахункові значення функції відгуку, одержані після відсіювання незначущих коефіцієнтів моделі; d - число значущих коефіцієнтів моделі.

У результаті розрахунків одержано $F_d=0,777$.

Теоретичне значення критерію Фішера при рівні значущості $\alpha = 0,05$ та числі ступенів вільності $K_1 = n-d = 44-9 = 35$ і $K_2 = N'-1 = 132-1 = 131$ складає $F_T = 1,3$. Оскільки $F_d < F_T$, то робимо висновок про адекватність одержаної математичної моделі.

На підставі розрахованих коефіцієнтів, що входять в рівняння регресії, була сформована поліноміальна модель фрикційної характеристики пари тертя в кодованих змінних. Після відсіювання незначущих коефіцієнтів і переходу від кодованих змінних до натуральних за формулами

$$X_1 = (T-275)/175; \quad X_2 = (V_\phi - 6,4)/3,6; \quad X_3 = (P-2,3)/1,3$$

одержана математична модель фрикційної характеристики пари тертя з використанням інтерполяційного плану 3-го порядку при зміні 3-х факторів на 4-ох рівнях

$$\begin{aligned} \mu = & 0,412 - (1,59P_\phi + 0,096T + 0,122V_\phi - 0,14V_\phi P_\phi + 0,067V_\phi^2) \cdot 10^{-2} + (0,271T^2 + \\ & + 0,432TV_\phi + 0,242TV_\phi^2 - 0,507TV_\phi P_\phi + 3,25TP_\phi) \cdot 10^{-5} - (4,3T^2V_\phi + 0,264T^3) \cdot 10^{-8}. \end{aligned}$$

Графічна інтерпретація цієї фрикційної характеристики наведена на рис. 4. Як видно з цього рисунка фрикційна характеристика пари тертя у вигляді поліноміальної моделі 3-го порядку відтворює хвилеподібний (синусоїдальний) характер зміни коефіцієнта тертя μ від температури.

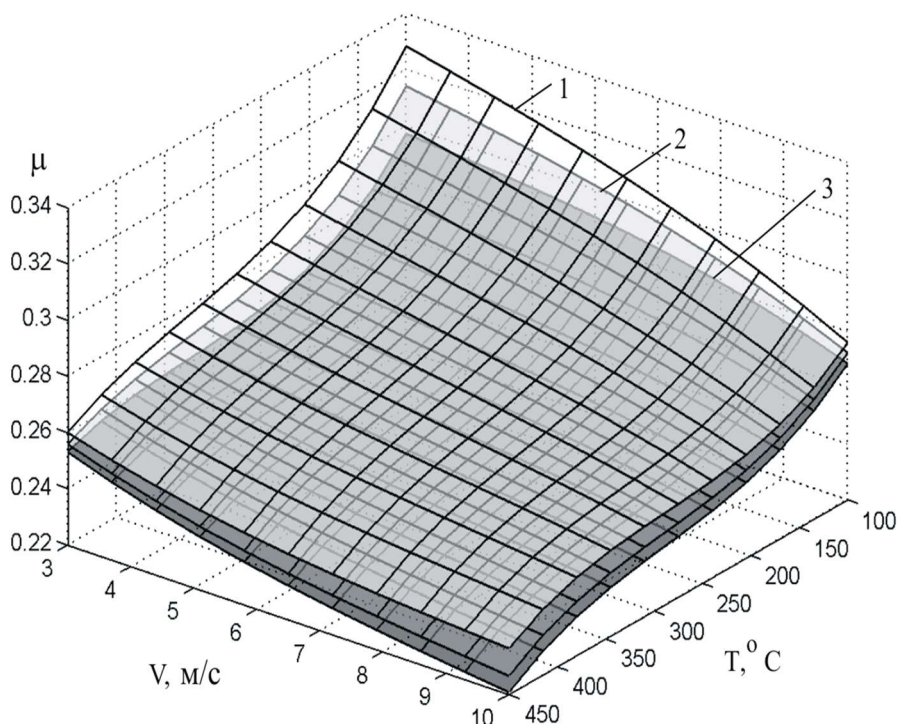


Рисунок 4 – Фрикційна характеристика пари тертя гальмівний барабан автобуса – металокерамічний фрикційний матеріал дослідного шифру:

1 – $P_f = 1$ МПа; 2 – $P_f = 2,3$ МПа; 3 – $P_f = 3,6$ МПа

Figure 4 – Friction characteristic of friction pair brake drum of the bus - metal-ceramic friction material of the experimental code: 1 - $P_f = 1$ MPa; 2 - $P_f = 2.3$ MPa; 3 - $P_f = 3.6$ MPa

Використовуючи регресійний аналіз визначалися також довірчі інтервали, в межах яких, з певним рівнем імовірності, розсіюються значення досліджуваних параметрів.

Для аналітичного розрахунку та графічної побудови фрикційних характеристик розроблено пакет комп'ютерних програм.

Висновки

Використання запропонованих фрикційних характеристик пар тертя гальмівних механізмів у вигляді поліноміальних моделей 3-го порядку для функціонального розрахунку гальмівних механізмів забезпечує реальне врахування впливу таких експлуатаційних факторів як температура, швидкість ковзання та тиск у контакті фрикційної пари на величину гальмівного моменту та його зміну в часі, що наближує розрахункові показники процесу гальмування транспортних засобів до їх фактичних значень.

Запропонований метод моделювання об'єктів з використанням поліноміальних моделей третього порядку можна ефективно використовувати під час дослідження та проектування інших систем автотранспортних засобів, а також в інших галузях техніки чи сферах знань.

Перелік посилань

1. Дем'янюк В.А. Фрикционная характеристика тормозного механизма / В.А. Дем'янюк // Вестник Львов. политехн. ин-та № 146. Технология машиностроения и динамическая прочность машин. – Львов : Вища школа. Изд-во при Львов. гос. ун-те, 1980. – С. 40–42.
2. Дем'янюк В.А. Експериментальні дослідження фрикційних характеристик гальмових механізмів та їх пар тертя / В.А. Дем'янюк // Сб. науч. труд. "Автомобильный транспорт". – Харьков : 2001. – Вып. 7 – 8. – С. 39 – 41.

3. Раздорский В.В. Получение модели объекта в виде полного полинома третьего порядка / В.В. Раздорский, В.Д. Чалый, Ю.И. Яценко // Инженерно – математические методы в физике и кибернетике. – М.: Атомиздат. – 1973.–Вып. 3. – С. 105 – 109.
4. Щиголев Б.М. Математическая обработка наблюдений. – М.: Наука. – 1969. – 344 с.
5. Завадский Ю.В. Планирование эксперимента в задачах автомобильного транспорта. – М.: МАДИ, 1978. – 153 с.

CONSTRUCTION OF FRICTION FEATURES OF FRICTION MOVEMENTS OF BRAKE MECHANISMS IN THE VIEW OF THIRD-ORDER POLYNOMIAL MODELS

Demianiuk Volodimir A., Doctor of Technical Science, Professor, National Transport University, Professor department of road machines, Kyiv, Ukraine, vademianiuk@ukr.net, ph.+380677023247, <https://orcid.org/0000-0003-2458-5712>

Abstract. The concepts of frictional characteristic of the brake mechanism and frictional characteristic of the friction pair of the brake mechanism, which are necessary for the calculation of the real braking properties of vehicles, are considered. An experimental device has been developed to determine the influence of such destabilizing factors as temperature, sliding speed and contact pressure on the mentioned characteristics. A method for obtaining polynomial models of the third order to determine the effect of temperature, sliding speed and contact pressure on the coefficient of friction in the friction pairs of brake mechanisms is proposed. The technique is suitable for cases when the second-order models inadequately describe the effect of these destabilizing factors on the coefficient of friction in the friction pairs of brake mechanisms.

Keywords: brake mechanisms, friction pairs, coefficient of friction, polynomial model of the third order.

References

1. Demianiuk V.A. Friksionnaya kharakteristika tormoznogo mekhanizma / V.A.Demianiuk // Vestnik Ivov. politekhn. in-ta № 146. Tekhnologiya mashinostroeniya y dinamicheskaya prochnost mashin. – Ivov: Vyshcha shkola. Izd-vo pri Ivov. gos. un-te, 1980. – pp. 40-42. [in Russian].
2. Demianiuk V.A. Eksperimentalni doslidzhennia friktsiinykh kharakteristik galmovykh mekhanizmiv ta ikh par tertia / V.A.Demianiuk // Sb. nauch. trud. “Avtomobilnyi transport”. – Kharkov: 2001. – Vyp. 7 – 8. – pp. 39-41. [in Ukrainian].
3. Razdorskii V.V. Poluchenie modeli ob”ekta v vide polnogo polinoma tret’ego poryadka / V.V.Razdorskii, V.D., Chalyi, Yu.I. Yatsenko // Inzhenerno – matematicheskie metody v fizike i kibernetike. – М.: Atomizdat. – 1973. – Vyp. 3. – pp.105 - 109. [in Russian].
4. Shigoliev B.M. Matematicheskaya obrabotka nablyudienii. – М.: Nauka. – 1969. – 344 p. [in Russian].
5. Zavadskii Yu.V. Planirovanie eksperimenta v zadachakh avtomobilnogo transporta. – М.: МАДИ, 1978. – 153p. [in Russian].